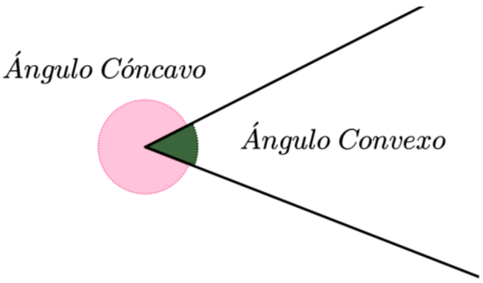
Ángulos

Un ***ángulo*** es una región del plano limitada por dos semirrectas que nacen en un mismo punto llamado vértice.



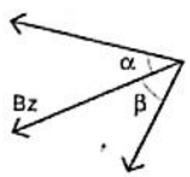
El plano queda dividido así en dos ángulos: uno cóncavo y uno convexo. Un ángulo es ***cóncavo*** si su amplitud es mayor a 180° y menor que 360°. En caso contrario el ángulo es ***convexo***.

Los ángulos convexos se clasifican, a su vez, de acuerdo a su amplitud como:

- Nulo: su amplitud es de ……………………………
- Agudo: su amplitud es mayor a ………………… y menor a ……………………….
- Recto: su amplitud es de ……………………….
- Obtuso: su amplitud es mayor a …………………… y menor a …………………….

1) Calculen el valor de cada ángulo.

a. $\hat{\alpha} = 3x - 10°$; $\hat{\beta} = 2x + 5$

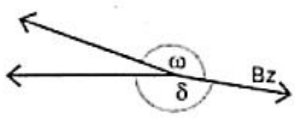


$x =$

$\hat{\alpha} =$

$\hat{\beta} =$

b. $\hat{\delta} = 7x - 90°$; $\hat{\omega} = 4x + 21°$



$x =$

$\hat{\delta} =$

$\hat{\omega} =$

Algunas relaciones importantes entre ángulos

- Dos ángulos son ***complementarios*** si la suma de sus amplitudes es de 90°.
- Dos ángulos son ***suplementarios*** si la suma de sus amplitudes es de 180°.

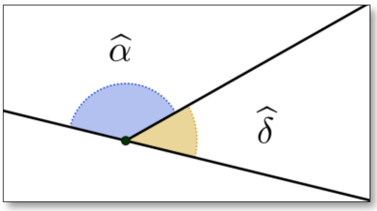
Ejemplo:

$\hat{\alpha} = 55º$ $\quad\quad \hat{\beta} = 35º$ $\quad\quad \hat{\varphi} = 125º$

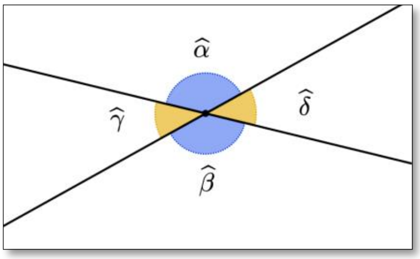
$\hat{\alpha}\ y\ \hat{\beta}\ \ son\ complementarios\ porque\ \ \hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90º$

$\hat{\alpha}\ y\ \hat{\varphi}\ \ son\ suplementarios\ porque\ \ \hat{\alpha} + \hat{\varphi} = 180º$

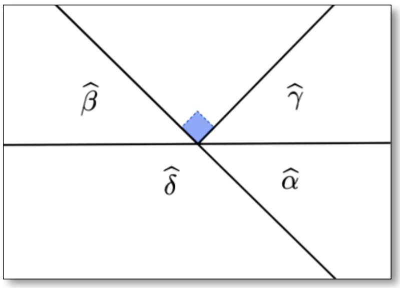
- Dos ángulos son ***adyacentes***, si son suplementarios (suman 180°) y además compartes un lado y el vértice.



- Dos ***ángulos opuestos por el vértice*** poseen la misma amplitud. Sus lados son semirrectas opuestas y comparten el mismo vértice.



Ejemplo: Hallar la amplitud de los ángulos $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\delta}\ y\ \hat{\gamma}$



$$\begin{cases} \hat{\beta} = 3x + 13º \\ \hat{\alpha} = 7x - 19º \end{cases}$$

Como vemos en la figura, $\hat{\alpha}\ y\ \hat{\beta}$ son opuestos por el vértice. Por lo tanto su amplitud es la misma. Planteamos la igualdad para hallar el valor de x y luego el de los ángulos.

$3x + 13º = 7x - 19º$ por ser ***Opuestos por el vértice***.

$13º + 19º = 7x - 3x$

$32º = 4x$

$32º : 4 = x \quad \rightarrow \quad x = 8º$

Ahora calculemos el valor de los ángulos:

$$\hat{\beta} = 3.8º + 13º = 37º$$
$$\hat{\alpha} = 7.8º - 19º = 37º$$

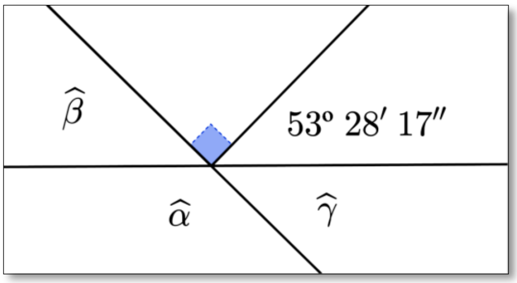
Observamos que $\hat{\beta} + 90º + \hat{\gamma} = 180º$ por formar entre los tres un ángulo llano.

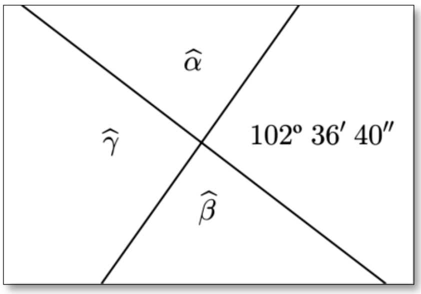
$$37º + 90º + \hat{\gamma} = 180º$$
$$127º + \hat{\gamma} = 180º$$
$$\hat{\gamma} = 180º - 127º$$
$$\hat{\gamma} = 53º$$

Finalmente, sabemos que δ es opuesto por el vértice con el ángulo que forma la suma de $\gamma + 90º$

$$\delta = \gamma + 90º$$
$$\delta = 53 + 90º$$
$$\delta = 143º$$

2) Calcular la amplitud de todos los ángulos. Justificar

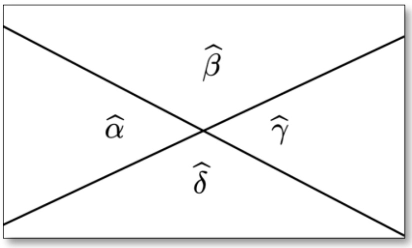


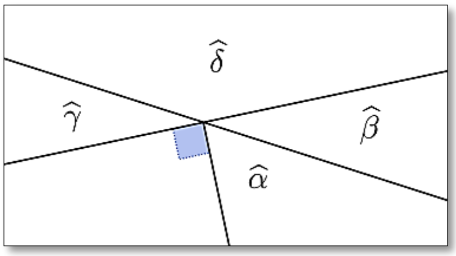


3) Hallar la amplitud de los ángulos $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\delta}$ y $\hat{\gamma}$ justificando como los obtuviste.

$a)\ \begin{cases} \hat{\beta} = 6x + 3º \\ \hat{\delta} = 8x - 37º \end{cases}$

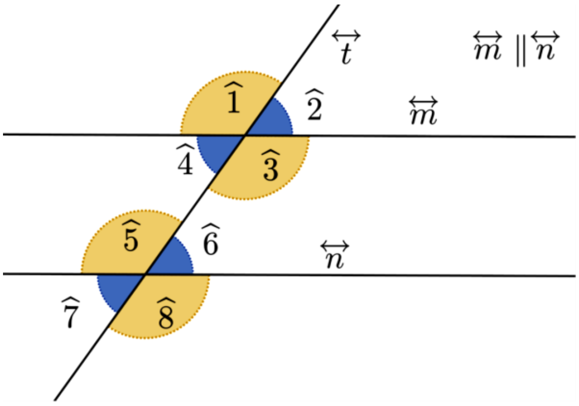
$b)\ \begin{cases} \hat{\gamma} = 4x - 1º \\ \hat{\delta} = 20x + 13º \end{cases}$





Ángulos entre paralelas

Si se trazan dos rectas paralelas y otra que las corte (recta transversal o secante), como muestra el dibujo, se forman ocho ángulos. Hay pares de ángulos que reciben nombres especiales, según su ubicación.



Correspondientes: Ambos están del mismo lado de la secante, uno fuera de la zona comprendida entre las paralelas y otro dentro, y no son adyacentes. Estos ángulos son **Congruentes**.

$\hat{1}$ *es correspondiente con ………………………*

$\hat{4}$ *es correspondiente con ………………………*

$\hat{2}$ *es correspondiente con ………………………*

$\hat{3}$ *es correspondiente con ………………………*

Alternos internos: Están uno a cada lado de la secante, ambos dentro de la zona comprendida entre las paralelas y no son adyacentes. Estos ángulos son **Congruentes**

$\hat{3}$ *es Alterno Interno con ………………………*

$\hat{4}$ *es Alterno Interno con ………………………*

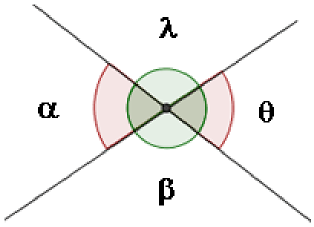
Alternos externos: Están uno a cada lado de la secante, ambos fuera de la zona comprendida entre las paralelas y no son adyacentes. Estos ángulos son **Congruentes**

$\hat{1}$ *es Alterno Externo con ………………………*

$\hat{2}$ *es Alterno Externo con ………………………*

LOS ANGULOS CONJUGADOS SON SUPLEMENTARIOS, ES DECIR, SUMAN 180 °

4) Completa con lo que corresponda:



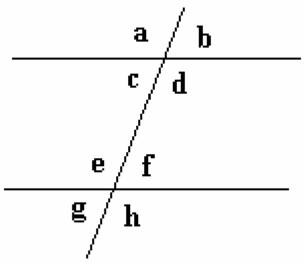
Los ángulos α y β son ______________________ .

Los ángulos opuestos por el vértice son ______________ por un lado, y

__________________ por el otro.

Los ángulos λ y θ forman un ángulo ______________ .

5) Completa según el gráfico dado:



Los ángulos conjugados internos son: _____ y _____ ; ____ y _____

Los ángulos alternos internos son : _____ y _____ ; _____ y _____

Los ángulos alternos externos son: _____ y _____ ; _____ y _____

Los ángulos alternos tienen igual __________ , es decir, son congruentes.

Los ángulos ________________ son a y e ; b y f ; c y g ; d y h.

6) En cada uno de los siguientes casos, hallar el valor de x, y el valor de la amplitud de los ángulos

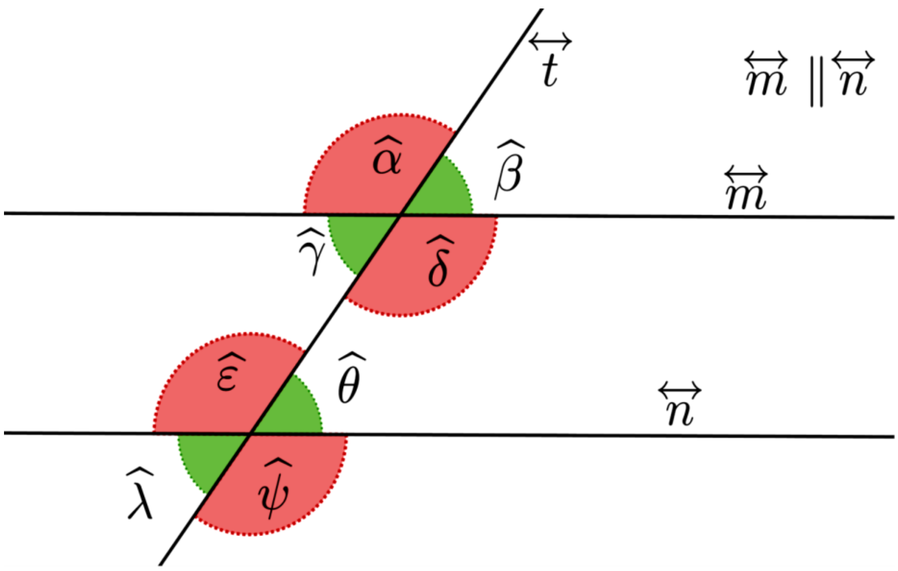
$a)\ \begin{cases} \hat{\lambda} = 5x + 13° \\ \hat{\gamma} = 7x - 7° \end{cases}$

$b)\ \begin{cases} \hat{\gamma} = 3x - 6° \\ \hat{\theta} = 10x - 90° \end{cases}$

$c)\ \begin{cases} \hat{\beta} = 7x + 30° \\ \hat{\theta} = 11x - 30° \end{cases}$

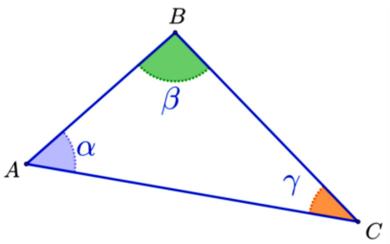
$d)\ \begin{cases} \hat{\alpha} = 2x + 30° \\ \hat{\psi} = x + 80° \end{cases}$

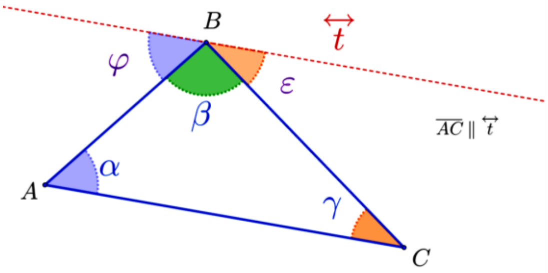
$e)\ \begin{cases} \hat{\alpha} = 5x + 50° \\ \hat{\lambda} = 7x - 14° \end{cases}$



Ángulos de un triangulo

- Si en el triangulo ABC , trazamos una recta $\overleftrightarrow{t}$ paralela al lado $\overline{AC}$ que pase por el punto B, podremos observar las siguientes relaciones:





$\hat{\alpha}$ *es Alterno Interno con* $\hat{\varphi} \quad \rightarrow \quad \hat{\alpha} = \hat{\varphi}$

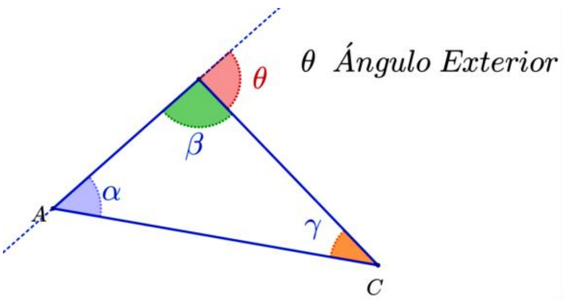
$\hat{\gamma}$ *es Alterno Interno con* $\hat{\varepsilon} \quad \rightarrow \quad \hat{\gamma} = \hat{\varepsilon}$

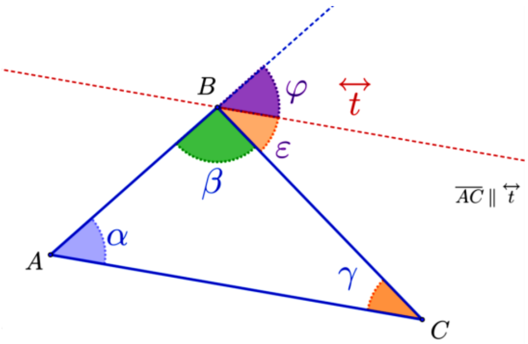
Y además podemos decir que $\hat{\varphi} + \hat{\beta} + \hat{\varepsilon} = 180º$

LA SUMA DE LOS ANGULOS INTERIORES DE UN TRIANGULO ES 180°

- Otra de las propiedades importantes que podemos descubrir es la siguiente:

Si procedemos como en el caso anterior, es decir, trazamos una recta $\overleftrightarrow{t}$ paralela al lado $\overline{AC}$ observaremos que el ángulo exterior quedo dividido en dos partes:





$\hat{\alpha}$ *es Correspondiente con* $\hat{\varphi} \quad \rightarrow \quad \hat{\alpha} = \hat{\varphi}$

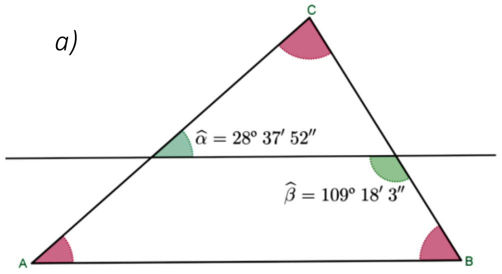
$\hat{\gamma}$ *es Alterno Interno con* $\hat{\varepsilon} \quad \rightarrow \quad \hat{\gamma} = \hat{\varepsilon}$

Entonces se cumple que: $\hat{\alpha} + \hat{\gamma} = \hat{\theta}$

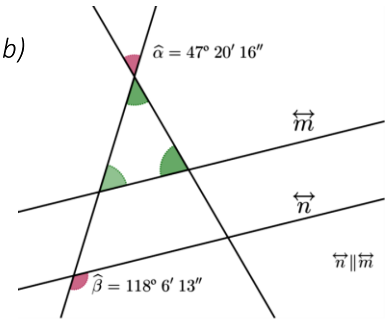
LA AMPLITUD DE UN ÁNGULO EXTERIOR DE UN TRIÁNGULO, ES IGUAL A LA SUMA DE DOS ÁNGULOS INTERIORES NO ADYACENTES CON ÉL.

7) Hallar la amplitud de los ángulos señalados, utilizando las propiedades angulares vistas.

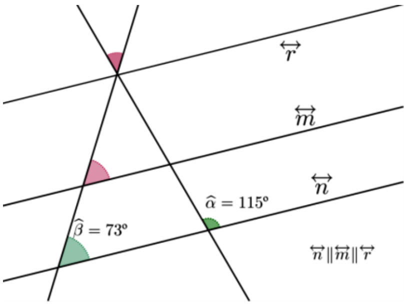
a)



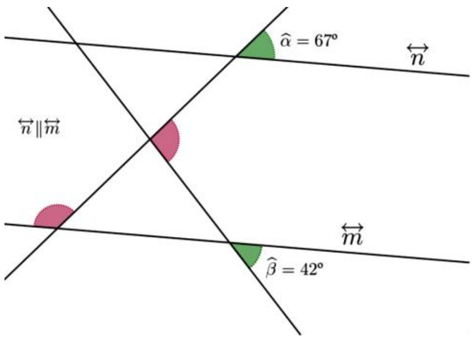
b)



c)



d)



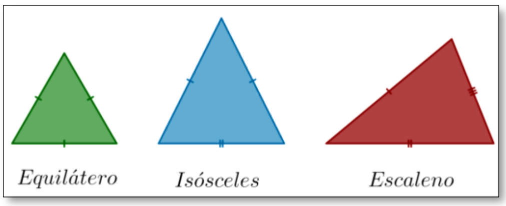
Clasificación de triángulos

Los triángulos son las figuras geométricas compuestas por tres vértices, tres lados, y tres ángulos. Como ya hemos visto en la unidad anterior, los ángulos interiores y exteriores del triángulo están relacionados.
Algunas de las propiedades que se cumplen en todo triángulo son:

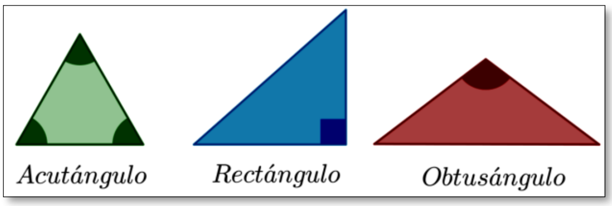
- En todo triángulo, la suma de los ángulos interiores es igual a180°
- En todo triángulo, la suma de los ángulos exteriores es igual a 360°
- Un ángulo exterior es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes.
- En todo triángulo, cada lado es menor que la suma de los restantes y mayor que su diferencia.
- Base Media: En todo triángulo la base media es paralela a la base y mide su mitad. Las tres bases medias forman un nuevo triángulo, interior al original, que lo divide en cuatro más pequeños e iguales.

Los triángulos se pueden clasificar según sus lados o sus ángulos:

- Según sus lados:



Según los ángulos interiores:



8) Calcular y responder:

a. Si el perímetro de un triángulo equilátero es de 114 cm, ¿Cuál es la longitud de cada uno de sus lados?

b. Si el perímetro de un triángulo isósceles es de 127 cm y el lado desigual mide 53 cm, ¿Cuál es la longitud de cada uno de los lados iguales?

9) Completa la siguiente tabla y clasifica cada triangulo según sus lados y ángulos.

$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{c}$	Según sus lados	Según sus ángulos
$73°52'37''$	$51°16'41''$			
$41°21'35''$		$32°47'36''$		
	$27°52'36''$	$62°7'24''$		
$82°15'28''$	$48°52'16''$			
	$25°37'24''$	$25°37'24''$		

10) Indica, en cada caso, si es posible construir triángulos con los segmentos dados. Justificar.

$a)\ A = 18cm \quad B = 24cm \quad C = 31cm$

$b)\ D = 23cm \quad E = 23cm \quad F = 46cm$

$c)\ G = 33cm \quad H = 21cm \quad T = 55cm$

$d)\ J = 79cm \quad K = 35cm \quad N = 42cm$

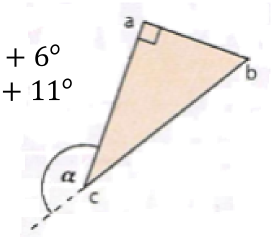
11) En un triángulo rectángulo, la medida de uno de los ángulos agudos es el doble de la medida del otro.

c. Escriban una ecuación que les permita hallar la medida de los ángulos agudos del triángulo rectángulo. (Sugerencia: una figura de análisis les facilitara la tarea)

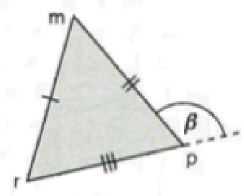
d. Calculen la medida de cada uno de los ángulos interiores del triángulo.

12) Calculen l amplitud de los ángulos interiores de los siguientes triángulos.

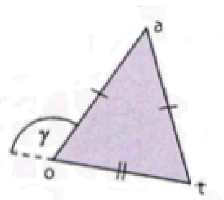
$a)\ \begin{cases} \hat{b} = 3x + 6° \\ \hat{\alpha} = 8x + 11° \end{cases}$



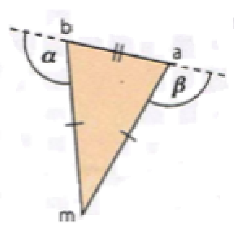
$b)\ \begin{cases} \hat{m} = 4x - 5° \\ \hat{r} = 5x - 1° \\ \hat{\beta} = 138° \end{cases}$



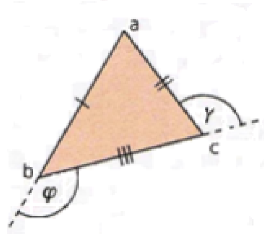
$c)\ \begin{cases} \hat{t} = 8x - 3° \\ \hat{\gamma} = 18x + 1° \end{cases}$



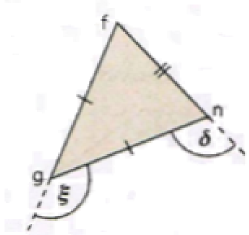
$d)\ \begin{cases} \hat{\beta} = 2x + 65° \\ \hat{\alpha} = 6x - 23° \end{cases}$



e) $\begin{cases} \hat{a} = 33^{o} \\ \hat{\varphi} = 6x - 7^{o} \\ \hat{\gamma} = 5x - 11^{o} \end{cases}$

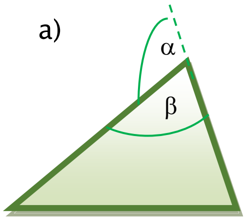


f) $\begin{cases} \hat{\xi} = 7x - 1^{o} \\ \hat{\delta} = 6x \end{cases}$



13) Plantear una ecuación para cada figura, calcular el valor de la x y escribir la medida de cada ángulo interior del triángulo.

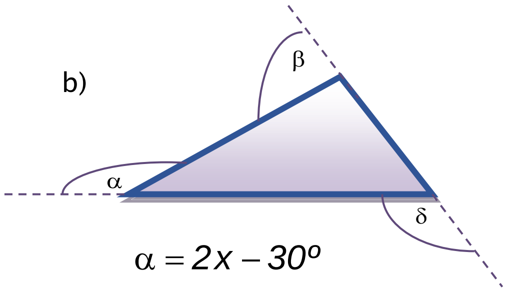
a)



$\alpha = 3x + 45^{o}$

$\beta = x - 30^{o}$

b)

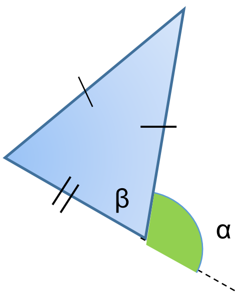


$\alpha = 2x - 30^{o}$

$\beta = x + 55^{o}$

$\hat{\delta} = 3x - 68^{o}$

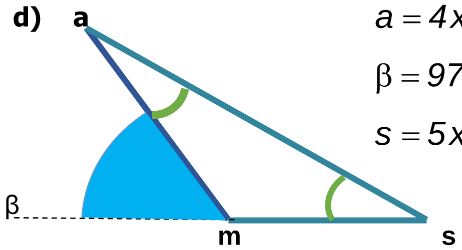
c)



$\alpha = 6x + 4^{o}$

$\beta = 5x$

d)



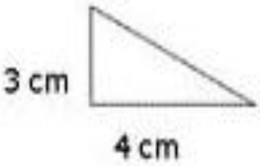
$a = 4x + 3^{o}$

$\beta = 97^{o}$

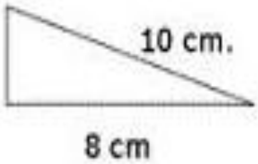
$s = 5x + 22^{o}$

14) En los siguientes triángulos rectángulos, calcula el lado desconocido:

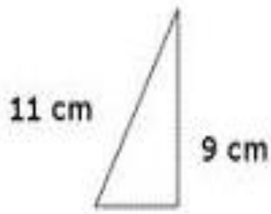
a)



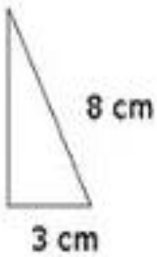
b)



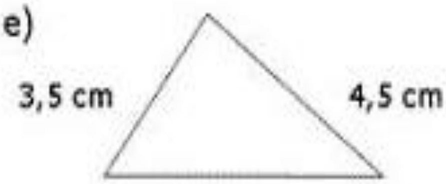
c)



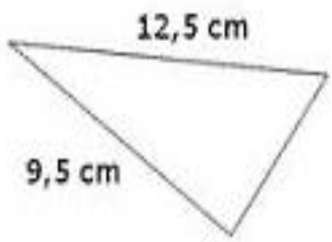
d)



e)

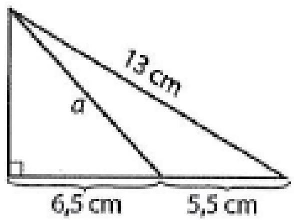


f)

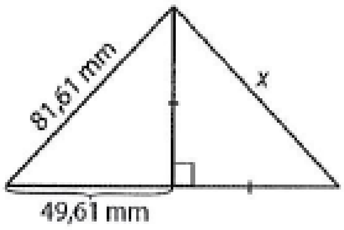


15) Calculen el lado indicado con una letra en cada una de estas figuras. Escriban lo que usan para calcularlos.

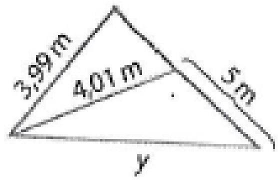
a.



b.



c.



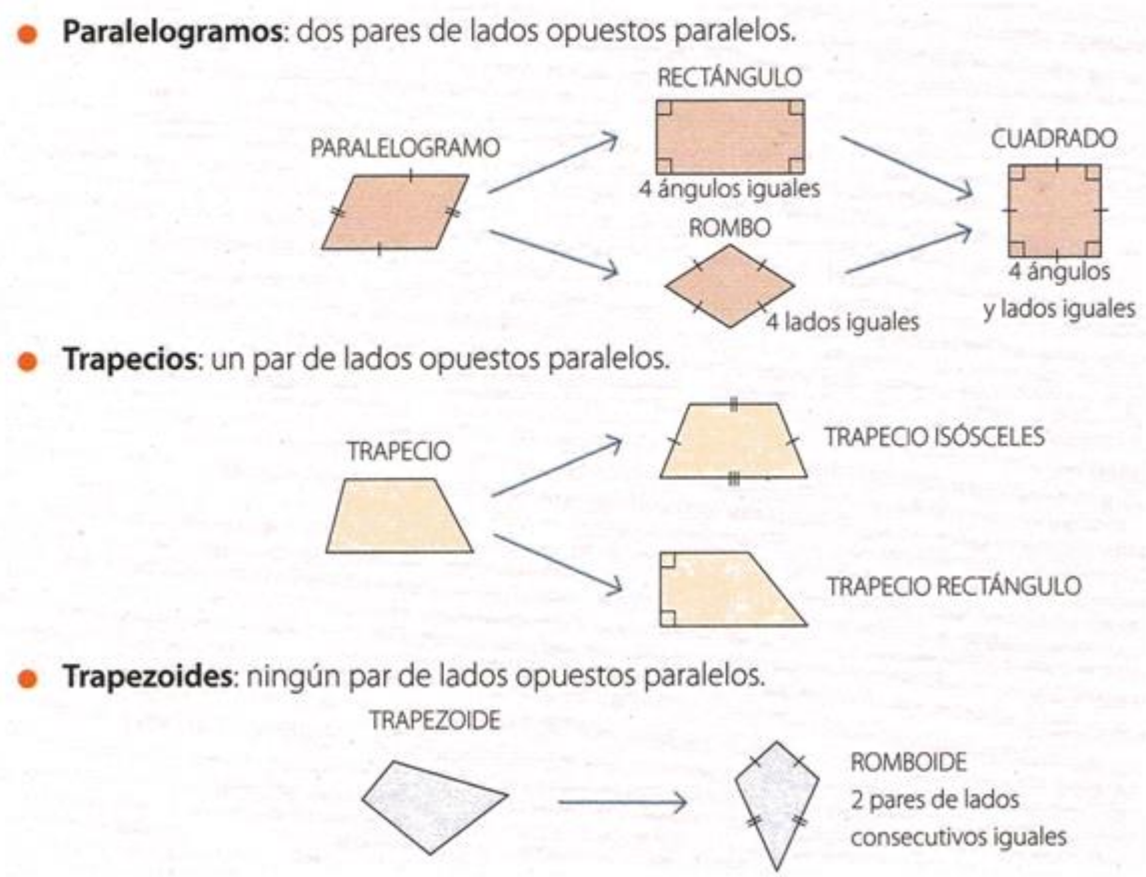
16) Para averiguar la medida del lado de un triángulo rectángulo, Manuel hace esta cuenta:

$a = \sqrt{325^2 - 36^2}$.

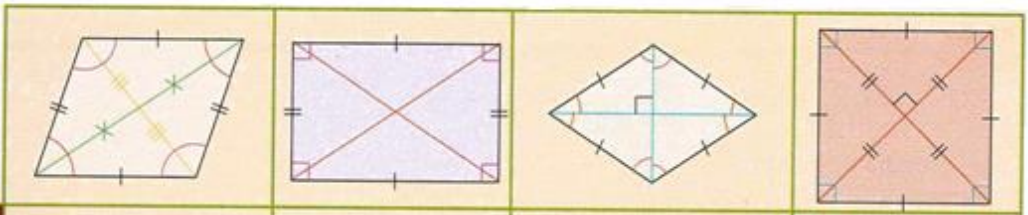
a. ¿El lado a es un cateto o la hipotenusa? ¿Por qué?
b. ¿Qué lados del triángulo se dieron como dato?
c. Contesten las preguntas anteriores si en lugar de esa cuenta hubiera hecho $a = \sqrt{325^2 + 36^2}$.

Clasificación de cuadriláteros

Los cuadriláteros se pueden clasificar según la cantidad de lados opuestos paralelos:



Los paralelogramos, a su vez, poseen las siguientes propiedades:

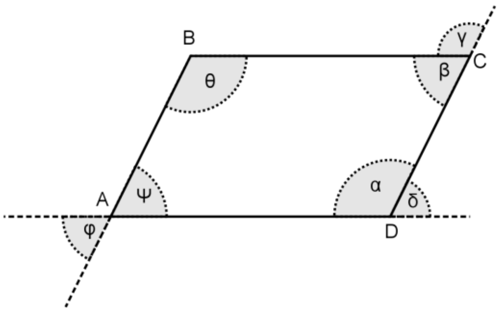


Lados	Opuestos iguales	Opuestos iguales	Todos iguales	Todos iguales
Ángulos	Opuestos iguales y los no opuestos suplementarios	Todos iguales	Opuestos iguales y los no opuestos suplementarios	Todos iguales
Diagonales	Se cortan en su punto medio	Son iguales	Son perpendiculares y bisectrices de los ángulos que intersecan	Iguales y perpendiculares

Trapecio:

- *Tiene un par de lados paralelos.*
- *La base media es el promedio o semi suma de sus bases y paralela a ambas.*

17) En cada uno de los siguientes casos, hallar el valor de los ángulos



$$\begin{cases} \beta = 5x - 2^\circ \\ \psi = 130^\circ - 17x \end{cases} \qquad \begin{cases} \beta = 7x - 18^\circ \\ \alpha = 23x + 78^\circ \end{cases}$$

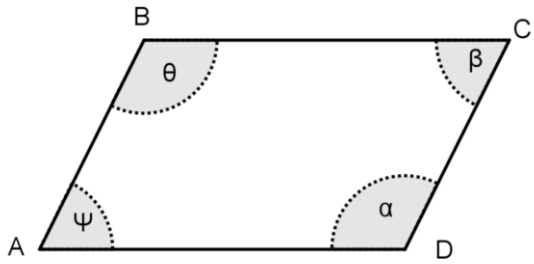
$$\begin{cases} \varphi = 6x + 32^\circ \\ \delta = 15x + 23^\circ \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha = 5x + 107^\circ \\ \psi = 13^\circ + 7x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi = 45^\circ + 2x \\ \psi = 5x + 36 \end{cases} \qquad \begin{cases} \psi = 6x + 4^\circ \\ \theta = 13x + 62^\circ \end{cases}$$

18) En cada uno de los siguientes casos calculen lo pedido aplicando propiedades de paralelogramos:

e. Hallar lados $\begin{cases} \overline{AB} = 3x - 10 \\ \overline{CD} = 2x + 4 \\ Perimetro = 108cm \end{cases}$

f. Hallar todos los ángulos $\begin{cases} \hat{A} = 5x - 10^\circ \\ \hat{C} = 4x + 2^\circ \end{cases}$

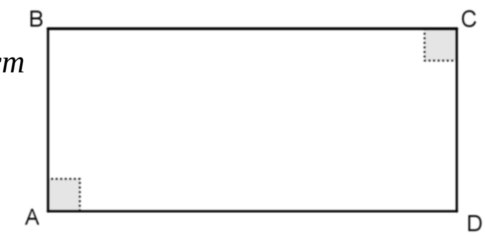


g. Hallar base y lado $\begin{cases} \overline{AB} = 2x + 1 \\ \overline{CD} = x + 1 \\ Perímetro = 92\ cm \end{cases}$

h. Hallar ángulos $\begin{cases} \hat{B} = \frac{3}{4}x + 50^\circ \\ \hat{D} = \frac{5}{4}x + 10^\circ \end{cases}$

19) En cada uno de los siguientes casos calculen lo pedido aplicando propiedades de rectángulos:

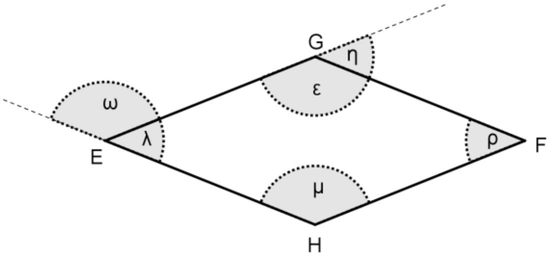
i. Hallar los lados $\begin{cases} \overline{AB} = 4x + 25cm \\ \overline{BC} = 5x - 8cm \\ Semiperímetro = 98\ cm \end{cases}$



i. Hallar los lados $\begin{cases} \overline{BC} = 4x \\ \overline{CD} = 2x + 8 \\ Perímetro = 76\ cm \end{cases}$

j. Hallar las diagonales $\begin{cases} \overline{AC} = 2x^2 - 8 \\ \overline{BD} = \frac{3}{2}x^2 + 10 \end{cases}$

20) En cada uno de los siguientes casos, hallar el valor de los ángulos

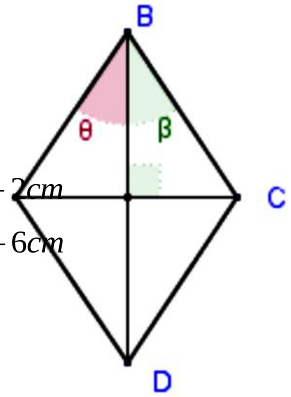


$\begin{cases} \lambda = \frac{7}{11}\hat{x} + 13^{\circ} \\ \rho = 3\hat{x} - 13^{\circ} \end{cases}$ $\begin{cases} \lambda = \frac{13}{4}\hat{x} + 41^{\circ} \\ \eta = \frac{23}{3}\hat{x} - 12^{\circ} \end{cases}$

$\begin{cases} \varepsilon = 16\hat{x} - 15^{\circ} \\ \mu = 4\hat{x} + 81^{\circ} \end{cases}$

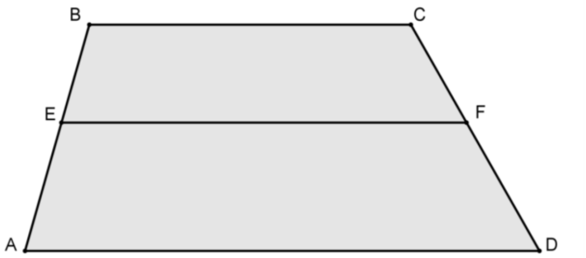
21) En cada uno de los siguientes casos calculen lo pedido aplicando propiedades del rombo.

k. Hallar los todos los ángulos del rombo $\begin{cases} \beta = 3x - 6^{\circ} \\ \theta = 2x + 4^{\circ} \end{cases}$



l. Hallar el perímetro y las bases medias $\begin{cases} \overline{AB} = 4x + 2cm \\ \overline{AD} = 3x + 6cm \end{cases}$

22) Para el siguiente trapecio, calcular lo pedido en cada caso:



a) El valor de las bases sabiendo que: $\overline{EF} = 13\,cm$ $\overline{AD} = 19\,cm$ $\overline{BC} = ?$

b) El valor de las bases sabiendo que: $\overline{EF} = ?$ $\overline{AD} = 31\,cm$ $\overline{BC} = 17\,cm$

c) El valor de las bases sabiendo que: $\overline{EF} = 16\,cm$ $\overline{AD} = ?$ $\overline{BC} = 7\,cm$

d) El valor de x y las bases sabiendo que: $\overline{EF} = 19\,cm$ $\overline{AD} = 4x - 1\,cm$ $\overline{BC} = 2x + 3\,cm$

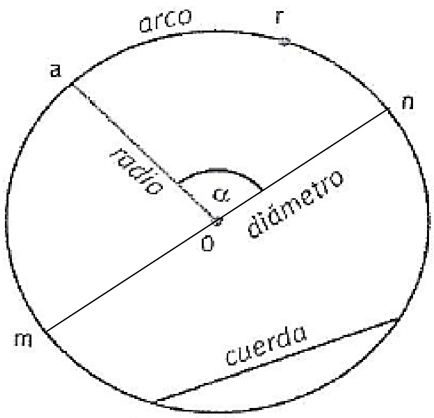
e) El valor de las bases sabiendo que: $\overline{EF} = 3x + 4\,cm$ $\overline{AD} = 6x - 3\,cm$ $\overline{BC} = 2x + 1\,cm$

Círculo y circunferencia

Se denomina **lugar geométrico** al conjunto de puntos que cumplen una condición.

Una **circunferencia** es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que se encuentran a igual distancia de otro llamado centro.

Un **círculo** es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que se encuentran a una distancia menor o igual al centro.

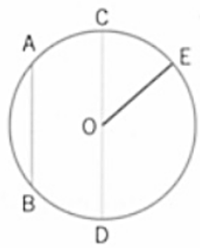


- **Radio**: segmento que tiene por extremos el centro y un punto cualquiera de la circunferencia.
- **Cuerda**: segmento que tiene por extremos dos puntos de la circunferencia.
- **Diámetro**: es una cuerda que pasa por el centro de la circunferencia.
- **Arco**: parte de la circunferencia determinada por dos puntos de la misma. Por ejemplo, $\widehat{arn}$.
- **Angulo central**: es el que tiene como vértice al centro de la circunferencia. Por ejemplo, $\hat{\alpha}$.
- **Sector circular**: es la región del ángulo central que está incluida en el círculo.

23) Realicen las siguientes construcciones

a. Un arco de circunferencia que corresponda a un ángulo central de 90° y radio 2,4 cm.
b. Una circunferencia de diámetro de 4,8 cm y un ángulo central de 120°.

Completa las siguientes frases



- El segmento $\overline{AB}$ es ....

- El segmento $\overline{CD}$ es ....

- El punto O es el ....

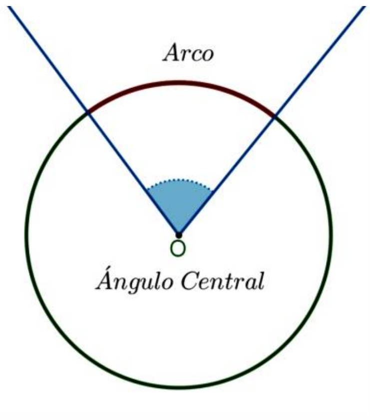
- El segmento $\overline{OE}$ es ....

- El segmento $\overline{DE}$ divide a la circunferencia en dos ....

Ángulos en la circunferencia

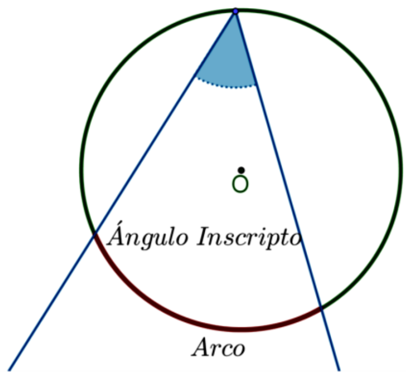
En una circunferencia de centro O y radio r, se podrán trazar los siguientes ángulos:

Se llama ángulo central, al ángulo que tiene como vértice el centro O de la circunferencia y sus lados incluyen radios de la misma.



Se llama ***Arco de circunferencia****, al conjunto de puntos de la misma que se encuentra entre dos puntos dados.*

Se llama ***ángulo inscripto,*** *al ángulo que tiene como vértice un punto de la circunferencia y sus lados pasan por los extremos de un arco de la misma.*



Dibujar una circunferencia $r = 5\,cm$. Trazar un ángulo inscripto de 70° y un ángulo central que abarque el mismo arco. Medir el ángulo central. Anota las conclusiones en tu cuaderno.

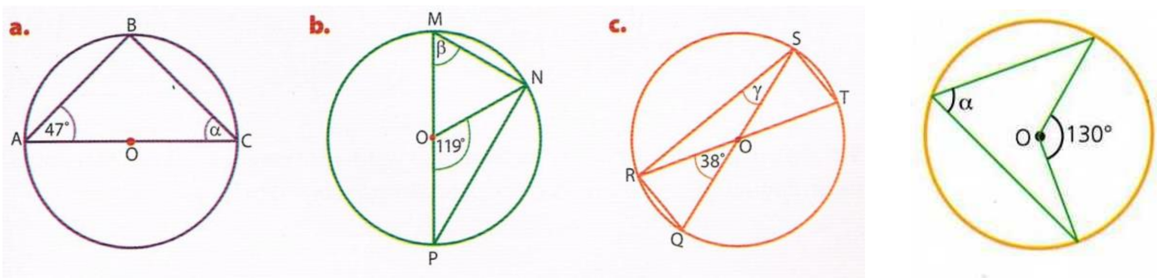
Dibujar una circunferencia de $r = 5\,cm$. Sobre ella trazar dos ángulos inscriptos que tengan como extremos el mismo arco. Mide ambos ángulos y anota en cuaderno las conclusiones.

Dibuja una circunferencia de $r = 4\,cm$. Sobre ella traza un ángulo central que tenga como arco un diámetro. Dibuja un ángulo inscripto que posea igual arco que ángulo central dibujado. Mide el ángulo inscripto y anota en tu cuaderno las conclusiones.

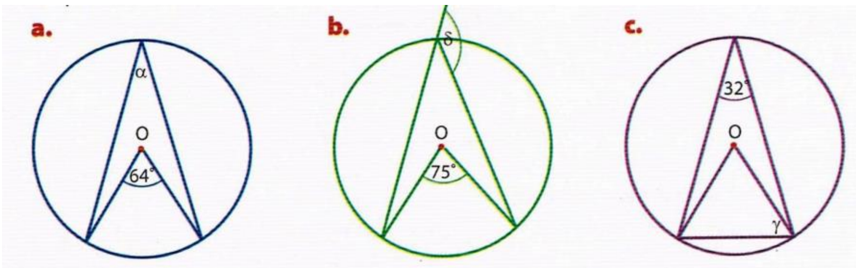
24) Completar el siguiente cuadro:

Ángulo Central	Ángulo Inscripto
54º 15' 10''	
79º 20' 00''	
	28º 41' 45''
	27º 19' 08''
106º 10' 52''	
	40º 42' 37''
	29º 35' 30''

25) Hallar las medidas de los ángulos señalados con letras. Justificar.



26) Calcular el valor de los ángulos señalados. Justificar como obtuviste su valor.

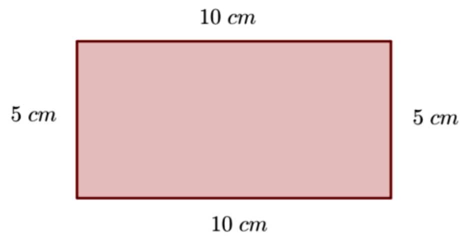


Perímetros y Áreas

Se llama ***Perímetro*** de una figura plana a la longitud total que rodea dicha figura. En otras palabras es lo que conocemos como longitud del contorno de la figura.

Para calcular el perímetro de una figura plana basta con sumar la longitud de sus lados. Es conveniente introducir en los chicos de manera paulatina notaciones pertinentes. Es usual que los chicos calculen perímetros como suma de números aislados. Se les debe recordar cómo escribir con notación más precisa que cálculos están realizando. Veamos el siguiente ejemplo:

Ejemplo: calcular el perímetro de la siguiente figura



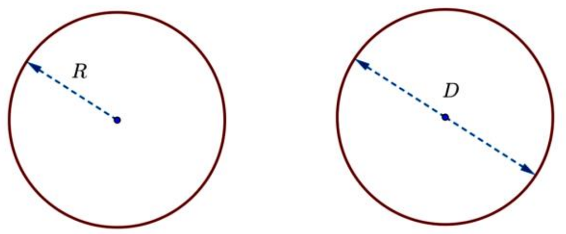
$$Perímetro = 5\ cm + 10\ cm + 5\ cm + 10\ cm$$

$$Perímetro = 30\ cm$$

Para calcular el perímetro de la Circunferencia debemos recurrir a una fórmula ya que esta figura no posee lados. De acuerdo a los datos que se tienen se puede calcular su perímetro en función del ***Radio*** o del ***Diámetro*** de la circunferencia (Recordar que tomaremos una aproximación del número π como $\pi = 3{,}14$).

$$Perímetro = 2.\pi.R$$

$$Perímetro = \pi.D$$



Ejemplo: Calcular el perímetro de una circunferencia de radio R= 5cm.

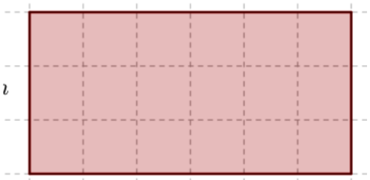
$$Perímetro = 2\ .\ 3{,}14\ .\ 5\ cm$$

$$Perímetro = 31{,}4\ cm$$

Ejemplo: Calcular el perímetro de una circunferencia de diámetro D= 8 cm.

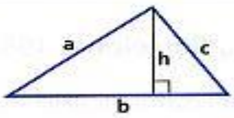
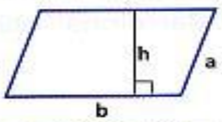
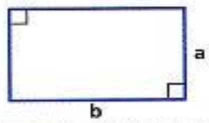
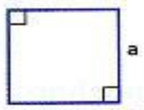
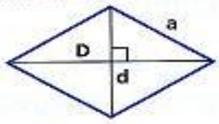
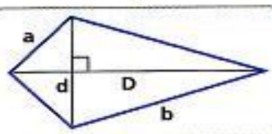
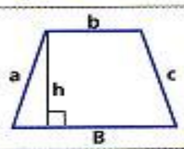
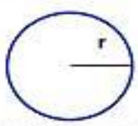
$$Perímetro = 3{,}14 . 8\ cm$$

$$Perímetro = 25{,}12\ cm$$



Se llama Área de una figura plana a la medida de la superficie, es decir, a la medida de su región interior.

Formulas área y perímetro

Perímetros y áreas de figuras planas		Perímetro	Area
Triángulo		a + b + c	$\frac{b \cdot h}{2}$
Paralelogramo		2 · (a + b)	b · h
Rectángulo		2 · (b + a)	b · a
Cuadrado		4 · a	a^2
Rombo		4 · a	$\frac{D \cdot d}{2}$
Cometa		2 · (b + a)	$\frac{D \cdot d}{2}$
Trapecio		B + b + a + c	$\frac{(B + b) \cdot h}{2}$
Círculo		$2 \cdot \pi \cdot r$	$\pi \cdot r^2$

27) Hallar el área de un paralelogramo si su base es igual a las 3/5 partes de su altura y su altura es de 20cm.

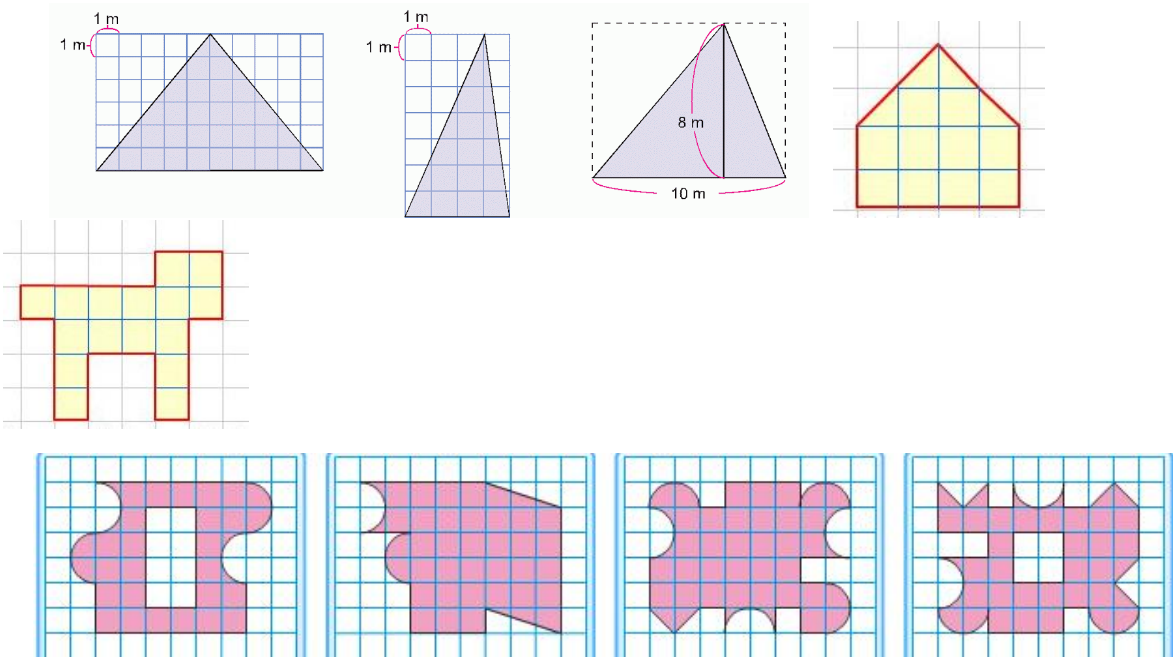
28) Hallar el área y el perímetro de un romboide si su diagonal menor es igual a las tres cuartas partes de su diagonal mayor, y esta mide 16cm.

29) Calcular el lado de un rombo si sus diagonales miden 80cm y 18cm.

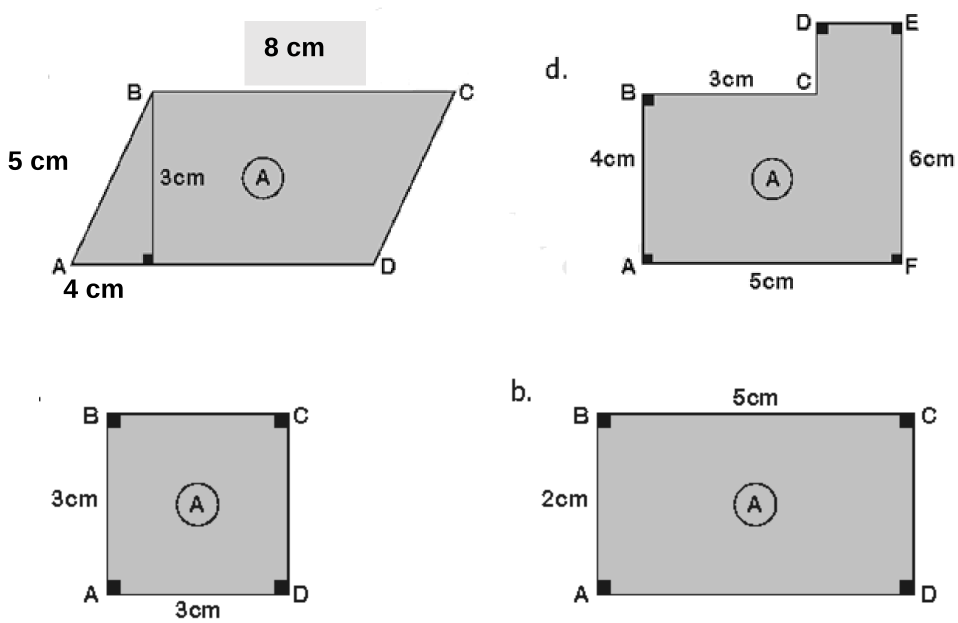
30) Hallar el área de un triángulo equilátero de 14cm de lado.

31) Hallar el área de un rectángulo cuya diagonal mide 6,8cm y su altura 6cm.

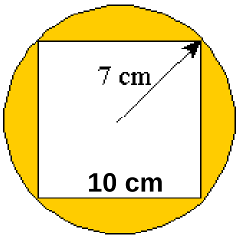
32) Calcular el área de las siguientes figuras a partir de la cantidad de cuadrados que ocupan su interior.

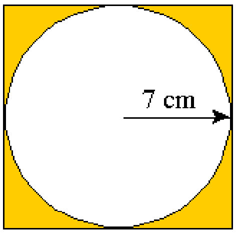


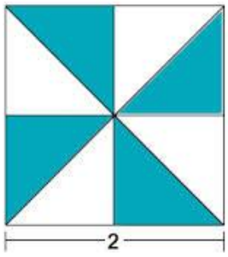
33) Calcular el perímetro y el área de las siguientes figuras

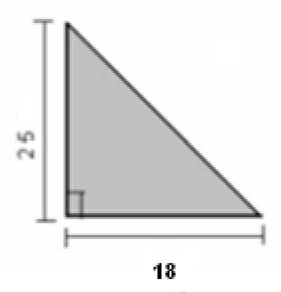


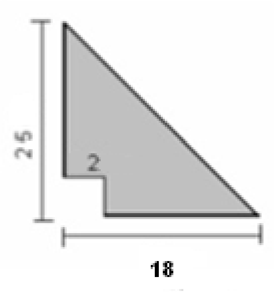
34) Calcular el área sombreada de las siguientes figuras planas

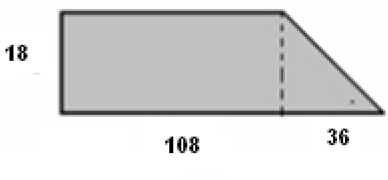










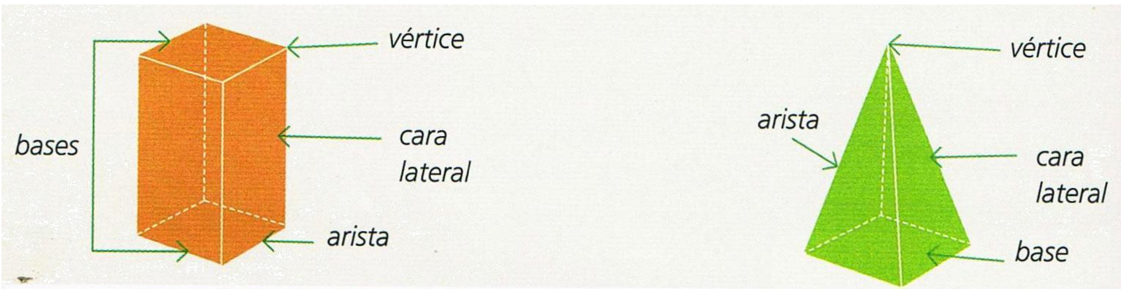


Cuerpos geométricos

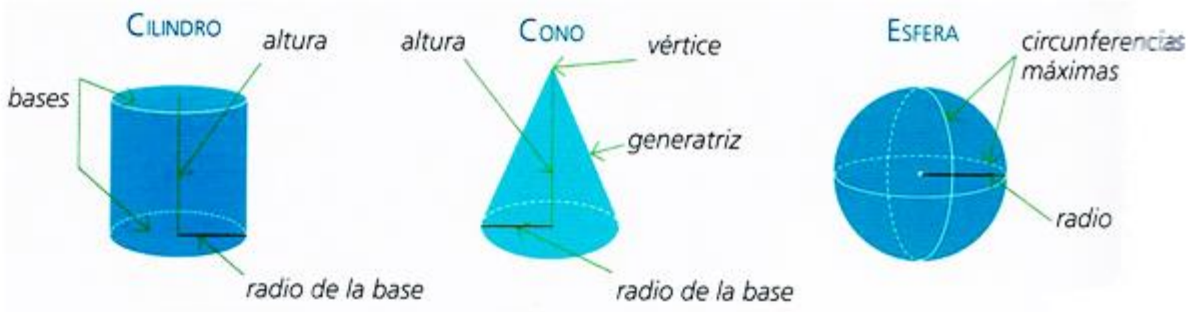
Los **Poliedros** son los cuerpos que tienen todas sus caras planas y se clasifican en **Prismas** y **Pirámides.**

Para nombrar un poliedro, primero se escribe su nombre (prisma o pirámide) y luego el nombre del polígono que corresponde a la base.

Ejemplo: Prisma recto   Pirámide de base cuadrada



Los cuerpos **Redondos** son los cuerpos que tienen al menos una cara NO plana y pueden rodar en alguna posición.



35)Completar la siguiente tabla

Cuerpo	N° de Caras	N° de Aristas	N° de Vértices
Prisma de base cuadrada			
Prisma de base hexagonal			
Prisma de base triangular			
Pirámide de base cuadrada			
Pirámide de base octogonal			
Pirámide de base triangular			
Prisma de base pentagonal			
Pirámide de base hexagonal			

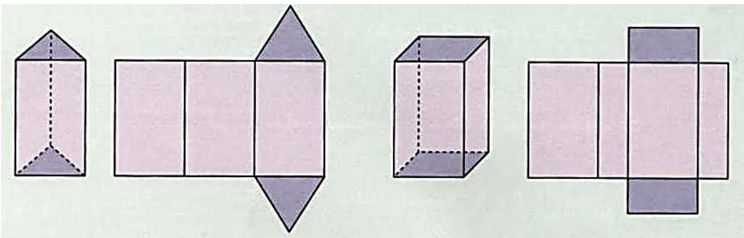
Área lateral y Área total de un cuerpo

Desarrollos planos de Cuerpos

Se denomina *desarrollo plano* de un cuerpo a una distribución de sus caras en una sola pieza de modo tal que, al plegarlos por las líneas interiores, sea posible armarlo. En la figura de abajo se muestra un cuerpo y su desarrollo **plano.**

El *área lateral* de un cuerpo se obtiene sumando las áreas de sus caras laterales.

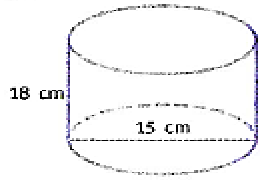
El *área total* de un cuerpo se obtiene sumando las áreas de las bases al área lateral.



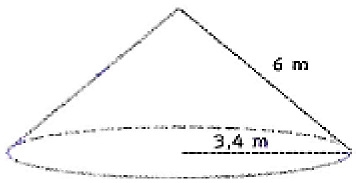
CUERPO	ÁREA LATERAL	ÁREA TOTAL
Prisma recto	$Perímetro\ de\ la\ base\ x\ altura$	Área Lateral + 2 x área de la base
Pirámide regular	$\frac{Perímetro\ de\ la\ base\ x\ altura\ cara\ lateral}{2}$	Área Lateral + área de la base
Cilindro	$2 \cdot \pi \cdot r \cdot altura$	Área Lateral + $2 \cdot \pi \cdot r^2$
Cono	$\pi \cdot r \cdot generatriz$	Área Lateral + $\pi \cdot r^2$
Esfera	-------	$4 \cdot \pi \cdot r^2$

36) Calculen el área lateral y el área toral de cada cuerpo.

a. Cilindro.

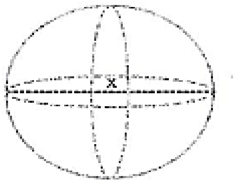


b. Cono.



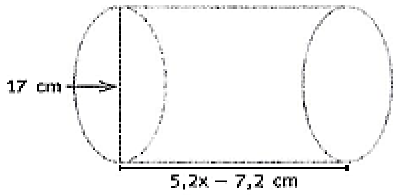
37) Calculen el valor de x.

a. Esfera.
Área total = 803,84 cm²



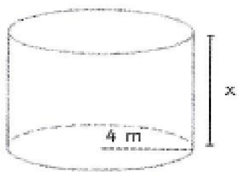
r= x=

c. Cilindro.
Área lateral = 587,18 cm²



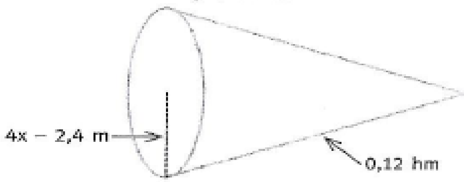
r= h=

b. Cilindro.
Área lateral = 163,28 m²



x=

d. Cono.
Área lateral = 28,6368 m²



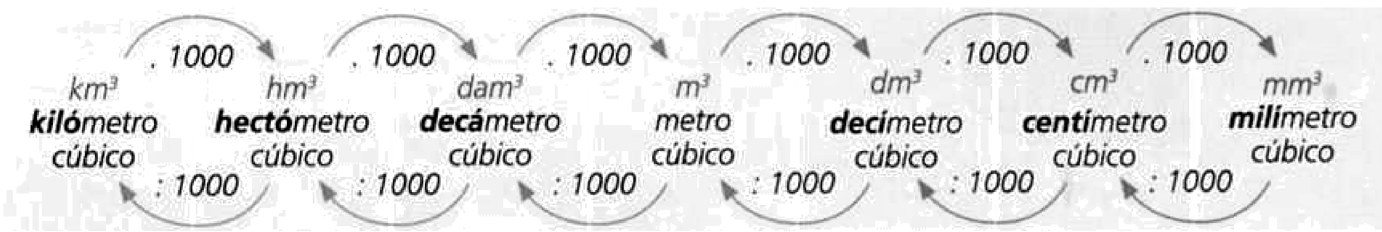
x= r=

Medición de Volumen

Para medir el volumen de un cuerpo se compara con el volumen de otro cuerpo elegido como unidad y se averigua el número de veces que lo contiene.

La unidad principal de volumen es el metro cubico (m^3).

Para pasar de unidades de volumen usamos las siguientes relaciones:



<u>Ejemplo</u>: el volumen de un cuerpo es de 758 cm^3, expresarlo en m^3

75: 1.000.000 m^3 = 0, 000758 m^3

38) Escribir la expresión decimal en la unidad pedida en cada caso.

i. 73.568 dm^3 en m^3

ii. 32 dm^3 en m^3

iii. 37400 m^3 en dam^3

iv. 0,01 km^3 en hm^3

v. 27.500 hm^3 en km^3

vi. 1 dam^3 en dm^3

vii. 1,004 dm^3 en cm^3

viii. 10.500 cm^3 en dm^3

39) Calcular el volumen de cada cuerpo y realizar un esquema del mismo.

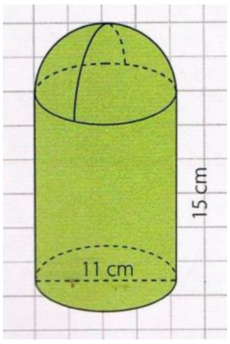
a) Prisma: base rectangular de lados 4,5 cm y 21 mm; altura 3,5 cm.

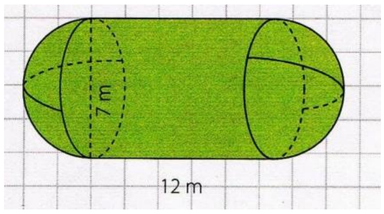
b) Prisma: base romboidal de diagonales de 9,8 cm y 5,5 cm; altura 1,5 dm.

c) Prisma: la base es un triángulo rectángulo isósceles de lados iguales de 15cm; altura 7 cm.

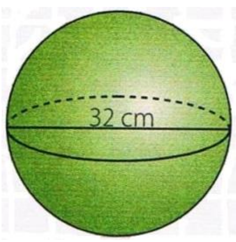
d) Cilindro: radio 7 cm; altura igual a la mitad del radio.

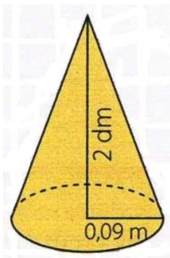
40) Calcular el volumen de los siguientes cuerpos

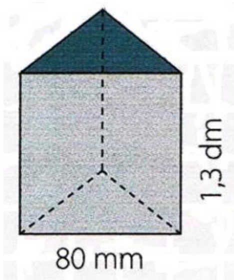




41) Calcula el volumen de los siguientes cuerpos

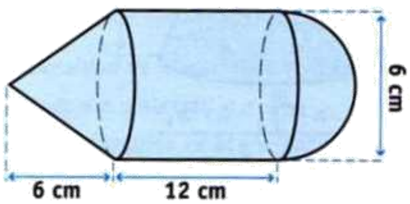






42) Calcular el volumen de los siguientes cuerpos.

a)



b)